

2 Matemàtiques financeres

1 Augments i disminucions percentuals

1. Calcula l'índex de variació d'aquests augments o disminucions percentuals:

- a) Augment del 27 %
- b) Augment del 5 %
- c) Augment del 2,8 %
- d) Descompte del 27 %
- e) Descompte del 5 %
- f) Descompte del 2,8 %

Calculem l'índex de variació: $I_v = 1 + \frac{s}{100}$ per a augments i $I_v = 1 - \frac{s}{100}$ per a descomptes.

- a) Augment del 27 % $I_v = 1 + \frac{27}{100} = 1,27$
- b) Augment del 5 % $I_v = 1 + \frac{5}{100} = 1,05$
- c) Augment del 2,8 % $I_v = 1 + \frac{2,8}{100} = 1,028$
- d) Descompte del 27 % $I_v = 1 - \frac{27}{100} = 0,73$
- e) Descompte del 5 % $I_v = 1 - \frac{5}{100} = 0,95$
- f) Descompte del 2,8 % $I_v = 1 - \frac{2,8}{100} = 0,972$

2. A quin augment o disminució percentual corresponen els següents índexs de variació?

- a) 1,7
- b) 0,99
- c) 0,02
- d) 2,07
- e) 1,023
- f) 0,14

Aïllant s de la fórmula $I_v = 1 + \frac{s}{100}$ per aquells que tinguin una xifra diferent de zero en les

unitats i aïllem s de la fórmula $I_v = 1 - \frac{s}{100}$ per aquells que tinguin un zero en les unitats:

- a) 1,7 és un augment del 70 %
- b) 0,99 és un descompte de l'1 %
- c) 0,02 és un descompte del 98 %
- d) 2,07 és un augment del 107 %
- e) 1,023 és un augment del 2,3 %
- f) 0,14 és un descompte del 86 %

3. Uns bons que a principis d'any costaven 22,50 € han baixat un 6 %, després han pujat un 25 % i, al final, han baixat un 11 %.

- a) Quin ha estat l'índex de variació total?
- b) Correspon a un augment o a una disminució percentual? Calcula el percentatge d'augment o disminució total.
- c) Quant costen les accions actualment?

a) Calculem l'índex de variació de cada percentatge:

$$I_v = 1 - \frac{6}{100} = 0,94 \quad I_v = 1 + \frac{25}{100} = 1,25 \quad I_v = 1 - \frac{11}{100} = 0,89$$

I a continuació els multipliquem: $I_{vt} = 0,94 \cdot 1,25 \cdot 0,89 = 1,0457$

- b) L'índex obtingut correspon a un augment del 4,57 %.
- c) Les accions actualment costen: $22,5 \cdot 1,0457 = 23,53€$.

2 Matemàtiques financeres

4. Unes sabatilles esportives costen, després de les segones rebaixes, 59,40 €. Si a les primeres rebaixes els han aplicat un 12 % de descompte i, a les segones, un 25 %, quin era el seu preu inicial?

$$\text{Calculem l'índex de variació de cada percentatge: } I_v = 1 - \frac{12}{100} = 0,88 \quad \text{i} \quad I_v = 1 - \frac{25}{100} = 0,75$$

$$\text{Plantegem l'equació } x \cdot 0,88 \cdot 0,75 = 59,4 \Rightarrow x = \frac{59,4}{0,88 \cdot 0,75} = 90 \text{ €}.$$

Per tant, les sabatilles inicialment costaven 90 €.

2 Progressions aritmètiques i geomètriques

5. Suma els primers vint termes d'aquestes successions:

a) 3,5,7,9,11,13,15...

b) 4,1,-2,-5,-8,-11...

c) $5, \frac{11}{2}, 6, \frac{13}{2}, 7, \frac{15}{2}, 8, \dots$

d) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2, \dots$

- a) Necessitem obtenir el terme general de la progressió aritmètica: $a_n = 2n + 1$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$ i $a_{20} = 2 \cdot 20 + 1 = 41$.

$$\text{Aplicuem la fórmula per a la suma: } S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = \frac{3 + 41}{2} \cdot 20 = 440.$$

- b) Necessitem obtenir el terme general de la progressió aritmètica: $a_n = 7 - 3n$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = 7 - 3 \cdot 1 = 4$ i $a_{20} = 7 - 3 \cdot 20 = -53$.

$$\text{Aplicuem la fórmula per a la suma: } S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = \frac{7 - 53}{2} \cdot 20 = -490.$$

- c) Necessitem obtenir el terme general de la progressió aritmètica. Com no s'intueix quina és la distància, la calcularem fent servir una fórmula:

$$a_3 = a_1 + (3-1)d \Rightarrow 6 = 5 + (3-1)d \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

I a continuació, el seu terme general: $a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 5 + (n-1) \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a_n = \frac{9+n}{2}$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = \frac{9+1}{2} = 5$ i $a_{20} = \frac{9+20}{2} = \frac{29}{2}$.

$$\text{Aplicuem la fórmula per a la suma: } S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = \frac{5 + \frac{29}{2}}{2} \cdot 20 = 195.$$

- d) Necessitem obtenir el terme general de la progressió aritmètica: $a_n = \frac{n}{3}$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = \frac{1}{3}$ i $a_{20} = \frac{20}{3}$.

$$\text{Aplicuem la fórmula per a la suma: } S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = \frac{\frac{1}{3} + \frac{20}{3}}{2} \cdot 20 = 70.$$

2 Matemàtiques financeres

6. La successió 4, 2, 0, -2, -4, -6..., és aritmètica? En cas afirmatiu, suma els seus primers 32 termes.

Sí, és una progressió aritmètica amb diferència $d = -2$.

Necessitem obtenir el terme general de la progressió aritmètica: $a_n = 6 - 2n$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = 6 - 2 \cdot 1 = 4$ i $a_{32} = 6 - 2 \cdot 32 = -58$.

Apliquem la fórmula per a la suma: $S_{32} = \frac{a_1 + a_{32}}{2} \cdot 32 = \frac{4 - 58}{2} \cdot 32 = -864$.

7. Suma els primers vint termes d'aquestes successions:

a) 3, 6, 12, 24, 48, 96...

b) 4, -12, 36, -108, 324...

c) $5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \frac{5}{16}, \dots$

d) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

a) Necessitem obtenir el terme general de la progressió geomètrica: $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = 3 \cdot 2^{1-1} = 3$ i $a_{20} = 3 \cdot 2^{20-1} = 1572864$.

Apliquem la fórmula per a la suma: $S_{20} = \frac{a_{20} \cdot 2 - a_1}{2 - 1} = 3145725$.

b) Necessitem obtenir el terme general de la progressió geomètrica: $a_n = \frac{5}{2^{n-1}}$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = \frac{5}{2^{1-1}} = 5$ i $a_{20} = \frac{5}{2^{20-1}} = 0,0000095$.

Apliquem la fórmula per a la suma: $S_{20} = \frac{a_{20} \cdot \frac{1}{2} - a_1}{\frac{1}{2} - 1} = -9,9$.

c) Necessitem obtenir el terme general de la progressió geomètrica: $a_n = 4 \cdot (-3)^{n-1}$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = 4 \cdot (-3)^{1-1} = 4$ i $a_{20} = 4 \cdot (-3)^{20-1} = 4649045868$.

Apliquem la fórmula per a la suma: $S_{20} = \frac{a_{20} \cdot (-3) - a_1}{(-3) - 1} = 3468784402$.

d) Necessitem obtenir el terme general de la progressió geomètrica: $a_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = \frac{1}{3^{1-1}} = 1$ i $a_{20} = \frac{1}{3^{20-1}} = 9 \cdot 10^{-10}$.

Apliquem la fórmula per a la suma: $S_{20} = \frac{a_{20} \cdot \frac{1}{3} - a_1}{\frac{1}{3} - 1} = 1,49$.

2 Matemàtiques financeres

8. La successió $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \dots$ és geomètrica? En cas afirmatiu, suma els seus primers 32 termes.

Sí, és una progressió geomètrica amb raó $r = \frac{1}{2}$.

Necessitem obtenir el terme general de la progressió geomètrica: $a_n = \frac{4}{2^{n-1}} = \frac{1}{2^{n-3}}$.

A continuació, necessitem els termes primer i trenta-dosè: $a_1 = \frac{1}{2^{1-3}} = 4$ i $a_{32} = \frac{1}{2^{32-3}} = \frac{1}{2^{29}}$.

Apliquem la fórmula per a la suma: $S_{32} = \frac{a_{32} \cdot \frac{1}{2} - a_1}{\frac{1}{2} - 1} = 7,9$.

3 Interès simple i compost

9. Quina taxa d'interès trimestral és un 18 % anual? A quina taxa d'interès bimensual correspon?

- Un 18 % anual significa que, per cada 100 € invertits, obtinc 18 € l'any, la qual cosa és $\frac{18}{4} = 4,5$ € al trimestre.
Una taxa d'interès del 18 % anual equival a una taxa del 4,5 % trimestral.
- Un 18 % anual significa que, per cada 100 € invertits, obtinc 18 € l'any, la qual cosa és $\frac{18}{6} = 3$ € al trimestre.
Una taxa d'interès del 18 % anual equival a una taxa del 3 % trimestral.

10. Si s'obtenen uns interessos de 60 € quan s'inverteixen 3 000 € en un any, quina taxa d'interès s'ha aplicat?

$$\text{Taxa d'interès} = \frac{60}{3000} \cdot 100\% = 2\%$$

11. Quina quantitat s'ha de dipositar en un banc per obtenir un capital de 21 000 € al cap de cinc anys si el tipus d'interès simple anual és del 15 %?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple: $M = C + I$; $M = C + C \cdot r \cdot t$; $M = C(1 + r \cdot t)$;

$$21000 = C(1 + 0,15 \cdot 5); \quad 21000 = 1,75 \cdot C; \quad C = 12000 \text{€}$$

Hem de depositar 12000€ al banc.

2 Matemàtiques financeres

12. Quants anys han de passar per obtenir 55 000 € si s'ha fet una inversió de 10 000 € a un 12 % d'interès simple anual?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple: $I = C \cdot r \cdot t$, però abans hem d'obtenir els interessos fent servir:

$$M = C + I; \quad I = M - C; \quad I = 55000 + 10000 = 45000\text{€}$$

$$\text{Substituïm en: } I = C \cdot r \cdot t \Rightarrow 45000 = 10000 \cdot 12 \cdot t \Rightarrow t = \frac{45000}{10000 \cdot 12} = 0,375$$

Han de passar 4,5 mesos aproximadament.

13. A quina taxa d'interès anual simple s'han de dipositar 10 000 € per obtenir 55 000 € en un termini de dotze anys?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple:

$$I = C \cdot r \cdot t \quad \begin{matrix} I = M - C = 55000 - 10000 = 45000 \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad 45000 = 10000 \cdot r \cdot 12 \Rightarrow r = \frac{45000}{10000 \cdot 12} = 0,375 = 37,5\%$$

14. Calcula en quina quantitat es transformaran 5 000 € en tres anys al 2,4 % d'interès compost anual. Quants interessos produeixen?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$C_f = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t = 5000 \left(1 + \frac{2,4}{100} \right)^3 = 5368,71\text{€}$$

Per conèixer l'interès generat: $I = C_f - C = 5368,71 - 5000 = 368,71\text{€}$

4 Períodes de capitalització

15. En quant es transformen 12 000 € al cap de set anys al 14 % d'interès compost anual si el període de capitalització és trimestral? I si el període de capitalització fos mensual?

- Un 14 % d'interès compost anual significa que, per cada 100 € invertits, percebem 14 € a l'any. Com en un any hi ha quatre trimestres, cada trimestre rebrem: $\frac{14}{4} = 3,5\text{€}$.

Com en set anys hi ha $7 \cdot 4 = 28$ trimestres, després de 28 trimestres resulta:

$$C_f = 12000 \left(1 + \frac{3,5}{100} \right)^{28} \approx 31442,1\text{€}$$

El capital o muntant final després de 28 trimestres serà, aproximadament, 31442,1 €.

2 Matemàtiques financeres

- Un 14 % d'interès compost anual significa que, per cada 100 € invertits, percebrem 14 € l'any. Com en un any hi ha dotze mesos, cada mes rebrem: $\frac{14}{12} = 1,16$ €.

Com en set anys hi ha $7 \cdot 12 = 84$ mesos, després de 84 mesos resulta:

$$C_f = 12000 \left(1 + \frac{1,16}{100} \right)^{84} \approx 31617,11 \text{ €}$$

El capital o muntant final després de 28 trimestres serà, aproximadament, 31617,11 €.

16. Quants diners hem de dipositar al banc si volem obtenir un muntant de 35 000 € al cap de set anys i la taxa d'interès compost anual és del 12,5 % amb un període de capitalització bimensual?

Un 12,5 % d'interès compost anual significa que, per cada 100 € invertits, percebrem 12,5 € l'any. Com en un any hi ha 6 bimensualitats, cada bimensualitat rebrem: $\frac{12,5}{6} = 2,08\hat{3}$ €.

Com en set anys hi ha $7 \cdot 6 = 42$ trimestres, després de 42 trimestres resulta:

$$35000 = C \left(1 + \frac{2,08\hat{3}}{100} \right)^{42} \Rightarrow C = \frac{35000}{2,38} \approx 14721,9 \text{ €}$$

El capital inicial dipositat al banc era, aproximadament, 14721,9 €.

6 TAE i TIN

17. Calcula la TAE corresponent a un préstec al 3,2 % d'interès compost anual amb pagaments mensuals d'interessos. Fes l'exercici utilitzant la fórmula i raonant.

Apliquem la fórmula per calcular-lo:

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{n} \right)^n - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{0,032}{12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 3,24735 \approx 3,25\%$$

$$C \left(1 + \frac{r}{n} \right)^n = C \left(1 + \frac{TAE}{n} \right) \cdot \left(1 + \frac{0,032}{12} \right)^{12} = 1 + \frac{TAE}{12} \cdot 1,0325 = 1 + \frac{TAE}{12} \cdot 0,0325 = \frac{TAE}{12} \cdot TAE = 3,25\%$$

2 Matemàtiques financeres

18. Un banc ofereix un préstec al 6,42 % d'interès compost anual amb pagaments trimestrals d'interessos. Calcula la TAE d'aquest préstec financer.

Apliquem la fórmula per calcular-lo:

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{n} \right)^n - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{0,0642}{4} \right)^4 - 1 \right] \cdot 100 = 6,57622 \approx 6,58\%$$

7 Anualitats de capitalització

19. Per obtenir 60 000 € en deu anys, un banc ofereix un pla d'estalvi a un interès anual del 3,4 %. Quants euros s'han de dipositar al principi de cada any? I si volem fer aportacions mensuals?

- Apliquem les dades a la fórmula:

$$60000 = \frac{a(1+0,034) \left[(1+0,034)^{10} - 1 \right]}{0,034} \Rightarrow a = \frac{60000 \cdot 0,034}{(1+0,034) \left[(1+0,034)^{10} - 1 \right]} = 4969,21$$

Per tant, s'han d'aportar aproximadament 4 969,21 € a l'inici de cada any.

- Les aportacions són mensuals, així aporten 12 cops a l'any, $n = 12$:

$$60000 = \frac{a \left(1 + \frac{0,034}{12} \right) \left[\left(1 + \frac{0,034}{12} \right)^{12 \cdot 10} - 1 \right]}{\frac{0,034}{12}} \Rightarrow a = \frac{60000 \cdot \frac{0,034}{12}}{\left(1 + \frac{0,034}{12} \right) \left[\left(1 + \frac{0,034}{12} \right)^{12 \cdot 10} - 1 \right]} = 419,32$$

Per tant, s'han d'aportar aproximadament 419,32 € cada mes.

20. Els avis d'en Raül li van obrir un compte d'estalvi quan va néixer i, des de llavors, cada mes li ingressen 5 € a un 6,3 % anual. Quin capital haurà estalviat quan faci 18 anys? I si decideixen invertir 15 € al trimestre? I amb 100 € a l'any?

- Les aportacions són mensuals, així aporta 12 cops l'any, $n = 12$:

$$C = \frac{5 \left(1 + \frac{0,063}{12} \right) \left[\left(1 + \frac{0,063}{12} \right)^{12 \cdot 18} - 1 \right]}{\frac{0,063}{12}} = 2009,41\text{€}$$

El capital estalviat en complir 18 anys serà de 2 009,41 €.

2 Matemàtiques financeres

- Si les aportacions són trimestrals, $n = 4$. Així doncs:

$$C = \frac{15 \left(1 + \frac{0,063}{4}\right) \left[\left(1 + \frac{0,063}{4}\right)^{4 \cdot 18} - 1 \right]}{\frac{0,063}{4}} = 2012,85 \text{ €}$$

El capital estalviat en complir 18 anys serà de 2012,85 €.

- El capital estalviat en complir 18 anys serà de: $C = \frac{100(1+0,063) \left[(1+0,063)^{18} - 1 \right]}{0,063} = 3380,17 \text{ €}$

8 Anualitats d'amortització

21. Calcula quina quota anual s'ha de pagar per amortitzar un préstec de 90 000 € en quinze anys amb un interès pactat anual del 16 %.

L'anualitat d'amortització o quota és: $a = C_p \cdot \frac{(1+r)^t \cdot r}{(1+r)^t - 1} = 90000 \cdot \frac{(1+0,16)^{15} \cdot 0,16}{(1+0,16)^{15} - 1} = 16142,18 \text{ €}$

22. Calcula la quota mensual que s'ha de pagar per amortitzar un préstec de 90 000 € en quinze anys al 16 % d'interès compost anual. I si la quota és trimestral? I si s'amortitza mensualment?

- Si la quota és mensual, $n = 12$:

$$a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1} = 90000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,16}{12}\right)^{180} \cdot \frac{0,16}{12}}{\left(1 + \frac{0,16}{12}\right)^{180} - 1} = 1321,83 \text{ €}$$

- Si la quota és trimestral, $n = 4$:

$$a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1} = 90000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{15 \cdot 4} \cdot \frac{0,16}{4}}{\left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{15 \cdot 4} - 1} = 3978,19 \text{ €}$$

2 Matemàtiques financeres

- Si l'amortització és trimestral:

$$a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1} = 90000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{15 \cdot 4} \cdot \frac{0,16}{4}}{\left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{15 \cdot 4} - 1} = 3978,19 \text{ €}$$

23. La Laia ha demanat un préstec de 18 000 € al banc per comprar-se un cotxe. El banc l'hi ha concedit, amb un termini de devolució de cinc anys i un interès compost anual del 5,8 %. Calcula la taula d'amortització d'aquest préstec.

Període	Anualitat d'amortització o quota	Interessos pagats en aquesta quota	Capital amortitzat en aquesta quota	Capital total amortitzat	Capital pendent d'amortitzar
0					18000
1	4249,91	1044	3205,91	3205,91	14794,09
2	4249,91	858,06	3391,85	6597,76	11402,24
3	4249,91	661,33	3588,58	10186,34	7813,66
4	4249,91	453,19	3796,72	13983,06	4016,94
5	4249,91	232,98	4016,93	17999,99	0

2a columna: hem de calcular la quota: $a = C_p \cdot \frac{(1+r)^t \cdot r}{(1+r)^t - 1} = 18000 \cdot \frac{(1+0,058)^5 \cdot 0,058}{(1+0,058)^5 - 1} = 4249,91 \text{ €}$.

3a columna: apliquem al capital pendent d'amortitzar del període anterior, l'interès compost anual, això és:

Per al període 1: $18000 \cdot 5,8\% = 1044$; per al període 2: $14794,09 \cdot 5,8\% = 858,06$; etc.

4a columna: calculem la diferència entre la columna 2 i 3. Això és: $4249,91 - 1044 = 3205,91$ per al període 1.

5a columna: sumem la columna 5 i la columna 4. Això és: $3205,91 + 3391,85 = 6597,76 \text{ €}$ per al període 1.

6a columna: és la diferència entre la columna 6 i la columna 4. Això és: $18000 - 3205,91 = 14794,09 \text{ €}$ per al període 1.

2 Matemàtiques financeres

24. Calcula la taula d'amortització d'un préstec de 60 000 € que s'ha de retornar en tres anys al 7 % d'interès compost anual. Quins interessos es pagaran amb aquest préstec?

Període	Anualitat d'amortització o quota	Interessos pagats en aquesta quota	Capital amortitzat en aquesta quota	Capital total amortitzat	Capital pendent d'amortitzar
0					60000
1	22863,1	4200	18663,1	18663,1	41336,9
2	22863,1	2893,583	19969,517	38632,617	21367,383
3	22863,1	1495,72	21367,383	60000	0

2a columna: hem de calcular la quota: $a = C_p \cdot \frac{(1+r)^t \cdot r}{(1+r)^t - 1} = 60000 \cdot \frac{(1+0,07)^3 \cdot 0,07}{(1+0,07)^3 - 1} = 22863,1 \text{ €}$

- Els interessos que pagarà són: $4200 + 2893,583 + 1495,72 = 8589,303 \text{ €}$

9 Taxes

25. Observa la taula i calcula el nombre de nadons que van néixer a Suècia i a França durant 2017.

País	Taxa de natalitat l'any 2017	Habitants l'any 2017
Suècia	11,5 ‰	10 120 242
França	11,4 ‰	67 221 943

- $\frac{11,5}{1000} = \frac{x}{10120242} \Rightarrow x = \frac{11,5 \cdot 10120242}{1000} = 116382,783$. Aproximadament, 116 383 naixements a Suècia.
- $\frac{11,4}{1000} = \frac{x}{67221943} \Rightarrow x = \frac{11,4 \cdot 67221943}{1000} = 766330,15$. Aproximadament, 766330 naixements a França.

26. En un país amb 8 800 000 habitants neixen 182 341 nadons a l'any. Quina és la taxa de natalitat d'aquest país?

La taxa de natalitat és $\frac{x}{1000} = \frac{182341}{8800000} \Rightarrow x = \frac{182341 \cdot 1000}{8800000} = 20,72 \text{ ‰}$

2 Matemàtiques financeres

27. Observa la taula i calcula. Tingues en compte que les dades estan donades en milers.

	Total	Homes	Dones
Població activa	331	145,64	185,36
Nre. d'aturats	19,86	6,35	13,51

- a) La taxa d'atur o desocupació del país.
- b) La taxa de desocupació masculina.
- c) La taxa de desocupació femenina.

$$\text{a) Taxa d'atur} = \frac{\text{nre.aturats}}{\text{població activa}} \cdot 100\% = \frac{19,86}{331} \cdot 100\% = 6\%$$

$$\text{b) Taxa d'atur masculina} = \frac{\text{nre. aturats}}{\text{població activa}} \cdot 100\% = \frac{6,35}{145,64} \cdot 100\% = 4,36\%$$

$$\text{c) Taxa d'atur femenina} = \frac{\text{nre. aturats}}{\text{població activa}} \cdot 100\% = \frac{13,51}{185,36} \cdot 100\% = 7,3\%$$

10 Nombres índex

28. Construeix la taula de nombres índex a partir de la següent taula, que recull els preus, en euros, de quatre articles durant quatre anys consecutius. Pren com a base l'any 2015.

	2015	2016	2017	2018
Rentadora	199	210,04	220	240,12
Televisor	205,15	220,20	230,18	215,88
Portàtil	450	400	380	350
Planxa	34,99	30,99	33,99	29,99

Ja que prenem com a base 2015, escrivim 100 en la columna. A continuació, per omplir la resta de columnes fem servir la fórmula: $\frac{\text{Valor de la variable } X \text{ en el període } t}{\text{Valor de la variable } X \text{ en el període base}} \cdot 100$

2 Matemàtiques financeres

	2015	2016	2017	2018
Rentadora	100	105,55	110,55	120,66
Televisor	100	107,34	112,11	105,23
Portàtil	100	88,8	84,4	77,7
Planxa	100	88,57	97,14	85,71

29. Busca les tres empreses espanyoles amb la ponderació més alta en el càlcul de l'IBEX 35.

Santander (14,56%), Iberdrola (10,24%), Inditex (9,94%).

30. Calcula la variació percentual de l'IPC durant el mes de desembre sabent que, aquest mes, les variacions percentuals dels 12 grups que formen l'IPC han estat les que hi ha a la taula:

Realitzem l'operació següent:

$$IPC = \frac{\sum \text{Variació Ponderació}}{100} = 0,35538$$

Així, l'IPC ha pujat un 0,35538 % en el mes de desembre.

Grup	Valoració
1	1,9
2	1,3
3	0,4
4	-0,9
5	-0,8
6	-0,3
7	0,3
8	0,4
9	0,2
10	-0,7
11	0,4
12	-0,2

Grup	Components	Ponderacions (%)
1	Alimentació i begudes no alcohòliques	19,42
2	Begudes alcohòliques i tabac	2,98
3	Vestit i calçat	6,66
4	Habitatge	13,38
5	Parament de la llar	5,85
6	Medicina	3,95
7	Transport	14,74
8	Comunicacions	3,64
9	Oci i cultura	8,60
10	Ensenyament	1,67
11	Hotels, cafès i restaurants	12,34
12	Altres	6,78

31. Busca informació sobre l'Índex de Desenvolupament Humà, IDH. Si ordenem els països en funció del seu Índex de Desenvolupament Humà, quin lloc ocupa Espanya? Quins països ocupen els tres primers llocs?

Segons l'informe d'IDH 2018, els tres primers països són Noruega, Suïssa i Austràlia. Espanya és en el lloc 28.

Activitats finals

Índex de variació

32. Calcula l'índex de variació d'aquests augments o disminucions percentuals:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) Augment del 7,01 % | b) Augment del 16 % |
| c) Descompte del 15 % | d) Augment del 150 % |
| e) Augment del 3,2 % | f) Descompte de l'1,5 % |
| g) Descompte del 9,3 % | h) Descompte del 21,4 % |
| i) Augment de l'11 % | j) Descompte del 53 % |
| k) Descompte del 2,13 % | l) Augment de l'1,11 % |

Calculemo l'índex de variació: $I_v = 1 + \frac{s}{100}$ per a augments i $I_v = 1 - \frac{s}{100}$ per a descomptes.

a) Augment del 7,01 % $I_v = 1 + \frac{7,01}{100} = 1,0701$

b) Augment del 16 % $I_v = 1 + \frac{16}{100} = 1,16$

c) Descompte del 15 % $I_v = 1 - \frac{15}{100} = 0,85$

d) Augment del 150 % $I_v = 1 + \frac{150}{100} = 2,5$

e) Augment del 3,2 % $I_v = 1 + \frac{3,2}{100} = 1,032$

f) Descompte de l'1,5 % $I_v = 1 - \frac{1,5}{100} = 0,985$

g) Descompte del 9,3 % $I_v = 1 - \frac{9,3}{100} = 0,907$

h) Descompte del 21,4 % $I_v = 1 - \frac{21,4}{100} = 0,786$

i) Augment de l'11 % $I_v = 1 + \frac{11}{100} = 1,11$

j) Descompte del 53 % $I_v = 1 - \frac{53}{100} = 0,47$

k) Descompte del 2,13 % $I_v = 1 - \frac{2,13}{100} = 0,9787$

l) Augment de l'1,11 % $I_v = 1 + \frac{1,11}{100} = 1,0111$

2 Matemàtiques financeres

Augments i disminucions percentuals

38. Si un producte costa 88,40 € després d'aplicar-li un augment del 22 %, quant costava abans de l'augment?

Calculem l'índex de variació de cada percentatge: $I_v = 1 + \frac{22}{100} = 1,22$.

Plantegem l'equació $x \cdot 1,22 = 88,4 \Rightarrow x = \frac{88,4}{1,22} = 72,46 \text{ €}$.

Per tant, el producte inicialment costava 72,46 €.

39. Si un producte costa 60,15 € després d'aplicar-li un descompte del 25 %, quant costava abans del descompte?

Calculem l'índex de variació de cada percentatge: $I_v = 1 - \frac{25}{100} = 0,75$.

Plantegem l'equació $x \cdot 0,75 = 60,15 \Rightarrow x = \frac{60,15}{0,75} = 80,2 \text{ €}$.

Per tant, el producte inicialment costava 80,2 €.

40. Una botiga en liquidació ha aplicat un 30 % de descompte a tots els productes en unes primeres rebaixes i, mes tard, realitza dos descomptes més del 10 %.

a) Quin descompte total està fent?

b) Quin preu tindrà ara una càmera fotogràfica que costava 422,56 € abans dels descomptes?

c) Si una tauleta costa 520,30 €, quin era el seu preu abans de les rebaixes?

a) Calculem l'índex de variació de cada percentatge: $I_v = 1 - \frac{30}{100} = 0,70$ i $I_v = 1 - \frac{10}{100} = 0,90$.

És a dir, l'índex de variació total és: $I_v = 0,70 \cdot 0,90 \cdot 0,90 = 0,567$, així el descompte total és $1 - 0,567 = 0,433 = 43,3\%$.

b) Plantegem l'equació: $422,56 \cdot 0,567 = 239,59 \text{ €}$ costa després del descompte.

c) Plantegem l'equació: $x \cdot 0,567 = 520,30 \Rightarrow x = \frac{520,30}{0,567} = 917,64 \text{ €}$ costava abans del descompte.

41. Tots els articles d'un *outlet* tenen el mateix preu a 14,99 €. Si uns pantalons costava 24,99 €, un vestit 49,99 € i una samarreta 19,99 €, quin percentatge de descompte estan aplicant a cada peça?

Plantegem l'equació: $24,99 \cdot x = 14,99 \Rightarrow x = \frac{14,99}{24,99} = 0,5998 \approx 0,60 = 60\%$ de descompte tenen els pantalons.

Plantegem l'equació: $49,99 \cdot x = 14,99 \Rightarrow x = \frac{14,99}{49,99} = 0,2998 \approx 0,30 = 30\%$ de descompte té el vestit.

Plantegem l'equació: $19,99 \cdot x = 14,99 \Rightarrow x = \frac{14,99}{19,99} = 0,7498 \approx 0,75 = 75\%$ de descompte té la samarreta.

2 Matemàtiques financeres

42. Els premis de les loteries i les apostes organitzades per l'entitat pública empresarial Loteries i Apostes de l'Estat inferiors a 10 000 € estan exempts d'impostos, però tots els premis que superen aquest import han de pagar a Hisenda un 20 % de la quantitat del premi que supera aquest nombre. Quina serà la quantitat que rep el guanyador d'un dècim de la Grossa de Nadal premiat amb 400 000 €?

Calculem la quantitat que excedeix a 10 000 €, és a dir: $400\,000 - 10\,000 = 390\,000$ €. En haver de pagar a Hisenda un 20 %, el nostre guany real serà el 80 % de la quantitat guanyada, és a dir, hem guanyat: $390\,000 \cdot 0,80 = 312\,000$ €.

43. Una empresa rep factures de 1 200 euros mensuals després de contractar una oferta anual amb una companyia de llum i gas. Quan s'acaben els 12 mesos, l'import de les factures puja un 10 %, el segon any un 14 % i el tercer any, la companyia li aplica un altre augment d'un 11,4 %. En vista d'aquesta situació, decideixen canviar d'empresa de llum i gas i durant la negociació aconseguixen un descompte respecte a l'import actual de les factures del 7,1 %.

a) Quant costen avui les factures mensuals de llum i gas d'aquesta empresa?

b) Calcula el percentatge d'augment o disminució total.

a) Calculem l'import a dia d'avui: $1200 \cdot 1,10 \cdot 1,14 \cdot 1,114 = 1200 \cdot 1,2977 = 1557,32$ €.

b) Calculem el percentatge total: $1,10 \cdot 1,14 \cdot 1,114 = 1,2977$, la qual cosa equival a un augment del 29,7 %.

44. El Ministeri de Cultura va rebaixar l'IVA del cinema del 21 % al 10 % l'any 2018. Si una entrada costava 7 €, quant costa després de la baixada de l'impost?

Calculem el preu sense IVA de l'entrada del cinema $x \cdot 1,21 = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{1,21} = 5,78$ €.

Ara li apliquem el nou IVA: $5,78 \cdot 1,10 = 6,36$ € és el nou preu després de la baixada de l'impost.

45. En Dídac vol completar la seva col·lecció de llibres de països del món amb els sis exemplars que li manquen. Ha consultat diverses llibreries i pàgines web i s'ha trobat amb aquestes ofertes.

a) 3×2 .

b) 2×1 .

c) 2a unitat al 70 %.

d) 2a unitat al 50 %.

e) Tots els productes amb el 30 % de descompte.

Quina oferta és millor, si els llibres estan al mateix preu a tots cinc establiments? Ordena les ofertes de millor a pitjor.

Calculem el preu per a cada una de les ofertes:

a) Calculem el preu per a un únic llibre: $\frac{2 \cdot x}{3} = 0,66 \cdot x$.

b) Un únic llibre costa: $0,5 \cdot x$.

2 Matemàtiques financeres

- c) Dos llibres costen: $1,7 \cdot x$, així un llibre costarà $0,85 \cdot x$.
- d) Dos llibres costen: $1,5 \cdot x$, així un llibre costarà $0,75 \cdot x$.
- e) Un únic llibre costa: $0,7 \cdot x$.

En observar les ofertes, la més avantatjosa és la b), és a dir, 2×1 .
L'ordre de més avantatjosa a menys: $b < a < e < d < c$.

Progressions

46. Escriu els sis primers termes de la progressió aritmètica que té 5 com a primer terme i la diferència de la qual és -2 .

Al ser una progressió aritmètica amb diferència $d = -2$ i primer terme $a_1 = 5$, n'hi ha prou amb anar sumant aquesta diferència:

$$a_2 = a_1 + d = 5 - 2 = 3; \quad a_3 = a_2 + d = 3 - 2 = 1; \quad a_4 = a_3 + d = 1 - 2 = -1; \quad a_5 = a_4 + d = -1 - 2 = -3;$$

$$a_6 = a_5 + d = -3 - 2 = -5$$

47. Escriu els deu primers termes de la progressió geomètrica que té $a_n = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ com a terme general.

Substituïm els valors de l'1 al 10 en el terme general:

$$a_1 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 64; \quad a_2 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 32; \quad a_3 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 16; \quad a_4 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 8; \quad a_5 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 4$$

$$a_6 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 2; \quad a_7 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 1; \quad a_8 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{2}; \quad a_9 = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{4}; \quad a_{10} = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{8}$$

48. Calcula la suma dels vint primers termes de la progressió geomètrica de raó 2 i primer terme 3.

Necessitem obtenir el terme general de la progressió geomètrica: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$.

A continuació, necessitem els termes primer i vintè: $a_1 = 3$ i $a_{20} = 3 \cdot 2^{20-1} = 3 \cdot 2^{19} = 1572864$.

Apliquem la fórmula per a la suma: $S_{20} = \frac{a_{20} \cdot 2 - a_1}{2 - 1} = \frac{1572864 \cdot 2 - 3}{1} = 3145725$.

49. Escriu els set primers termes de la progressió $a_n = -3^{n-2}$. Suma'n els primers quinze termes.

Substituïm els valors de l'1 al 7 en el terme general:

$$a_1 = -3^{1-2} = \frac{-1}{3}; \quad a_2 = -3^{2-2} = 1; \quad a_3 = -3^{3-2} = -3; \quad a_4 = -3^{4-2} = -9; \quad a_5 = -3^{5-2} = -27; \quad a_6 = -3^{6-2} = -81;$$

$$a_7 = -3^{7-2} = -243$$

2 Matemàtiques financeres

A continuació, necessitem els termes primer i quinze: $a_1 = \frac{-1}{3}$ i $a_{15} = -3^{15-2} = -1594323$.

Apliquem la fórmula per a la suma: $S_{15} = \frac{a_{15} \cdot 3 - a_1}{3 - 1} = \frac{1572864 \cdot 2 - 3}{2} = 2391483$.

50. Troba el terme general d'aquestes progressions.

a) $-1, -3, -5, -7, -9, -11, \dots$ b) $-3, 2, 7, 12, 17, \dots$ c) $8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots$ d) $2, 6, 18, 54, 162, \dots$

a) És una progressió aritmètica de distància $d = -2$. Així $a_n = -2n + 1$.

b) És una progressió aritmètica de distància $d = 5$. Així $a_n = 5n - 8$.

c) És una progressió aritmètica de raó $r = \frac{1}{2}$. Així $a_n = 2^{4-n}$.

d) És una progressió aritmètica de raó $r = 3$. Així $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

Tipus o taxa d'interès

51. Quina taxa d'interès anual és un 2,5 % trimestral?

En un any hi ha 4 trimestres, així: $2,5 \cdot 4 = 10$ % serà la taxa d'interès anual.

52. Quina taxa d'interès semestral és un 4,6 % trimestral?

En un any hi ha 4 trimestres, així: $4,6 \cdot 4 = 18,4$ % serà la taxa d'interès anual. Ja que en un any hi ha 2 semestres, llavors: $18,4 : 2 = 9,2$ % d'interès semestral.

53. Quina taxa d'interès trimestral és un 8 % bimensual?

En un any hi ha 6 quotes bimensuals, així: $8 \cdot 6 = 48$ % serà la taxa d'interès anual. Ja que en un any hi ha 4 trimestres, llavors: $48 : 4 = 12$ % d'interès trimestral.

54. Quina taxa d'interès anual és un 3,2 % semestral?

En un any hi ha 2 semestres, així: $3,2 \cdot 2 = 6,4$ % serà la taxa d'interès anual.

55. Si s'obtenen uns interessos de 120 € quan s'inverteixen 4 000 € en un any, quina taxa d'interès s'ha aplicat?

$$\text{Taxa d'interès} = \frac{120}{4000} \cdot 100\% = 3\%$$

56. Si quan s'inverteixen durant un any 10 000 € s'obtenen uns interessos de 100 € mensuals, quina taxa d'interès s'ha aplicat?

En obtenir 100 € al mes, significa que els interessos generats durant un any són: $100 \cdot 12 = 1\,200$ €

$$\text{Taxa d'interès} = \frac{1200}{10000} \cdot 100\% = 12\%$$

Interès simple

57. Calcula el capital que s'obtindrà quan s'inverteixin 12 000 € al 3,1 % simple anual durant 4 anys.

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple: $I = Crt = 12000 \cdot 0,031 \cdot 4 = 1488$ €.

Així, $M = C + I = 13488$ €.

58. Troba els interessos que rendeixen 11 000 € a l'1,9 % simple anual durant quatre anys. I durant set mesos?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple: $I = Crt = 11000 \cdot 0,019 \cdot 4 = 836$ €.

Mentre que si són 7 mesos, farem servir la fórmula: $I = \frac{Crt}{12} = \frac{11000 \cdot 0,019 \cdot 7}{12} = 121,92$ €.

59. Quina quantitat de diners ha de depositar-se en el banc per a obtenir un capital de 21 000 € en onze anys si la taxa d'interès simple anual és del 5 %?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple:

$$M = C + I; C_f = C + Crt; 21000 = C + C \cdot 0,05 \cdot 11; 21000 = 1,55 \cdot C; C = 13548,4$$
 €

Hem de depositar 13548,4€ en el banc.

60. Quin capital ha de depositar-se en una entitat financera per tenir 3 097,5 € en 6 mesos sent la taxa d'interès simple anual del 6,5 %?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple:

$$I = \frac{Crt}{12}; 3097,5 = \frac{C \cdot 0,065 \cdot 6}{12}; C = 95307,7$$
 €

Hem de depositar 95307,7€ en el banc.

61. Quants anys han de passar per obtenir 30 000 € si s'han invertit 10 000 € a un 10 % d'interès simple anual?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple: $I = Crt; 30000 = 10000 \cdot 0,1 \cdot t; t = 30$ anys

Hem de depositar-lo 30 anys en el banc.

2 Matemàtiques financeres

62. Quants mesos han de passar per obtenir 11 000 € si s'han invertit 10 000 € a un 7 % d'interès simple anual?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple:

$$I = \frac{Crt}{12}; 1000 = \frac{10000 \cdot 0,07 \cdot t}{12}; t = 17,14 \text{ mesos}$$

Hem de dipositar-lo 17,14 mesos en el banc.

63. A quina taxa d'interès anual simple s'han de dipositar 16 000 € per obtenir 20 000 € en un termini de nou anys?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple:

$$I = Crt; 4000 = 20000 \cdot r \cdot 9; r = 0,022 = 2,2\%$$

64. A quina taxa d'interès anual simple s'han de dipositar 5 000 € per obtenir 8 500 € en un termini de deu anys?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès simple: $I = Crt$; $3500 = 5000 \cdot r \cdot 10$; $r = 0,07 = 7\%$

Interès compost

65. Calcula el capital que s'obindrà en invertir 11 000 € al 3,1 % compost anual durant quatre anys.

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 11000 \cdot \left(1 + \frac{3,1}{100}\right)^4 = 12428,75€$$

66. Troba els interessos que produeixen 13 000 € a l'1,9 % compost anual durant sis anys. I durant catorze mesos?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 13000 \cdot \left(1 + \frac{1,9}{100}\right)^6 = 14554,2€$$

Per conèixer l'interès generat: $I = M - C = 14554,2 - 13000 = 1554,2 €$.

2 Matemàtiques financeres

67. Quants diners hem de dipositar al banc si volem obtenir un capital de 21 000 € al cap d'11 anys i la taxa d'interès compost anual és del 5 %?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t; 21000 = C \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5; 21000 = C \cdot 1,28;$$

El capital que hem de posicionar en el banc és $C = \frac{21000}{1,28} = 16406,25 \text{ €}$.

68. Quants diners hem de dipositar al banc si volem obtenir un capital de 21 000 € al cap d'11 anys, la taxa d'interès compost anual és del 5 % i la capitalització és mensual?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t; 21000 = C \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5; 21000 = C \cdot 1,28;$$

El capital que hem de posicionar en el banc és $C = \frac{21000}{1,28} = 16406,25 \text{ €}$.

69. Quants anys han de passar per obtenir 21 000 € si s'inverteixen 12 278,27 € a un 5 % d'interès compost anual?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t; 21000 = 12278,27 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^t$$

$$\frac{21000}{12278,27} = 1,05^t; 1,71 = 1,05^t; t = \frac{\log 1,71}{\log 1,05} = 11 \text{ anys}$$

70. Quants anys han de passar per obtenir 30 000 € si s'inverteixen 10 000 € a un 10 % d'interès compost anual? I si el període de capitalització és bimensual?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t; 30000 = 10000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^t.$$

$$\frac{30000}{10000} = 1,1^t; 3 = 1,1^t; t = \frac{\log 3}{\log 1,1} = 11,53 \text{ anys. Serien 11 anys i mig.}$$

En un any hi ha 2 semestres, així modifiquem la fórmula d'interès compost: $M = C \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{t \cdot 2}$.

Ara substituïm en la fórmula: $30000 = 10000 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^{t \cdot 2}$.

$$\frac{30000}{10000} = (1,1^2)^t; 3 = 1,21^t; t = \frac{\log 3}{\log 1,21} = 5,76 \text{ anys. Serien 5 anys i 9 mesos.}$$

2 Matemàtiques financeres

71. A quina taxa d'interès compost anual s'han de dipositar 10 000 € per obtenir 15 000 € en un termini de nou anys?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost: $M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t$.

$$15000 = 10000 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^9; 15 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^9; \sqrt[9]{15} = 1 + \frac{r}{100}; 1,35 = 1 + \frac{r}{100}; r = 35\%$$

72. A quina taxa d'interès compost s'han de dipositar 12 278,27 € per obtenir 21 000 € en un termini d'onze anys?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost: $M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t$.

$$21000 = 12278,27 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{11}; 1,71 = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{11}; \sqrt[11]{1,71} = 1 + \frac{r}{100}; 1,05 = 1 + \frac{r}{100}; r = 5\%$$

73. En Marc vol invertir 12 000 € i es dirigeix a dues entitats financeres. La primera li ofereix un 3,1 % compost anual amb un període de capitalització trimestral, i la segona, un 2,9 % anual amb un període de capitalització mensual. Calcula el capital del qual disposarà amb cadascuna de les entitats financeres si hi inverteix els seus diners durant set anys. Quina opció és més avantatjosa?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost: $M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{tn}$.

$$\text{Banc 1: } M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t \cdot 4}; M = 12000 \left(1 + \frac{3,1}{100} \right)^{7 \cdot 4} = 12000 (1,031)^{28} = 28211,35 \text{ €}.$$

$$\text{Banco 2: } M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t \cdot 12}; M = 12000 \left(1 + \frac{2,9}{100} \right)^{7 \cdot 12} = 12000 (1,029)^{84} = 132456,33 \text{ €}.$$

És més avantatjós el segon banc.

74. Per obtenir 60 000 € al cap de deu anys, quina quantitat de diners s'han de dipositar en un banc si la taxa d'interès compost anual és del 5,4 % i la capitalització és bimensual?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{tn}; 60000 = C \left(1 + \frac{5,4}{100} \right)^{10 \cdot 6}.$$

$$60000 = C \cdot 23,47; C = \frac{60000}{23,47} = 2556,45 \text{ €}.$$

2 Matemàtiques financeres

75. Si es dipositen 10 000 € a un interès del 3,1 % compost anual.

- a) Quin capital hi haurà al cap de sis anys?
b) Quants anys han d'estar dipositats per obtenir un muntant de 12 000 €?
c) Respon als apartats a) i b) suposant que la capitalització fos mensual.

a) N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t = 10000 \left(1 + \frac{3,1}{100} \right)^6 = 12010,25€.$$

b) N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t; 12000 = 10000 \left(1 + \frac{3,1}{100} \right)^t.$$

$$\frac{12000}{10000} = 1,031^t; 1,2 = 1,031^t; t = \frac{\log 1,2}{\log 1,031} = 5,972 \text{ anys. És a dir, 5 anys i 11 mesos.}$$

$$M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t \cdot 12} = 10000 \left(1 + \frac{3,1}{100} \right)^{6 \cdot 12} = 10000 \left(1 + \frac{3,1}{100} \right)^{72} = 90079,07€$$

$$M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t \cdot n}; 12000 = 10000 \left(1 + \frac{3,1}{100} \right)^{t \cdot 12}; 1,2 = (1,031^{12})^t; t = \frac{\log 1,2}{\log 1,44} = 0,5 \text{ años.}$$

És a dir, 6 mesos.

76. Una persona vol invertir 3 000 € i visita tres entitats financeres. El primer banc li diu que si diposita els 3 000 € durant tres anys, quan finalitzi aquest termini li tornaran 3 280 €, el segon banc li ofereix un dipòsit al 3,1 % anual, i el tercer banc, un dipòsit al 2,9 % anual amb capitalització trimestral. Quina opció és millor?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost: $M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t \cdot n}$.

$$\text{Banc 1: } M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t; 3280 = 3000 \left(1 + \frac{r}{100} \right)^3; \sqrt[3]{1,09} = 1 + \frac{r}{100}; r = 3\%.$$

$$\text{Banc 2: } M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t; M = 3000 \left(1 + \frac{3,1}{100} \right)^3 = 3000(1,031)^3 = 3287,74 €.$$

$$\text{Banc 3: } M = C \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t \cdot n}; M = 3000 \left(1 + \frac{2,9}{100} \right)^{3 \cdot 4} = 3000(1,029)^{12} = 4227,72 €.$$

És més avantatjós el tercer banc.

2 Matemàtiques financeres

77. Es dipositen 20 000 € en una entitat financera al 4,2 % anual amb un període de capitalització mensual. Després de tres anys, si el client vol cancel·lar el compte, l'entitat financera li descomptarà el 30 % dels interessos obtinguts fins al moment. Quin capital rebrà la persona que va fer el dipòsit si cancel·la el compte?

N'hi ha prou amb substituir en la fórmula d'interès compost:

$$M = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{t \cdot n} = 20000 \cdot \left(1 + \frac{4,2}{100}\right)^{3 \cdot 12} = 87956,5 \text{ €}.$$

Calculem els interessos obtinguts fins a aquest moment:

$$M = C + I; I = M - C = 87956,5 - 20000 = 67956,5 \text{ €}.$$

Calculem el 70 % dels interessos que serà el que rebrà l'inversor: $67956,5 \cdot 0,7 = 47569,55 \text{ €}$.

TAE

78. Calcula la TAE corresponent a una hipoteca a l'1,7 % anual amb un període de capitalització mensual.

$$\text{Apliquem la fórmula per calcular-la: } TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{0,017}{12}\right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 1,7133 \approx 1,71\%.$$

79. Calcula la TAE corresponent a un pla d'estalvi al 5,2 % amb capitalització trimestral.

$$\text{Apliquem la fórmula per calcular-la: } TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{0,052}{4}\right)^4 - 1 \right] \cdot 100 = 5,30228 \approx 5,3\%.$$

80. Un banc concedeix un préstec de 90 000 € al 3,9 % anual. En el moment de la formalització, cobra als seus clients unes despeses de 140 €.

a) Si només fan un pagament al cap d'un any, quina és la TAE?

b) I si tornen el préstec en mensualitats?

Per resoldre-ho, tingues en compte que el que realment reben amb el préstec són 89 860 €.

a) Com només es realitza un pagament a l'any, $n = 1$. Apliquem la fórmula per calcular-la:

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{n}\right)^n - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{0,039}{1}\right)^1 - 1 \right] \cdot 100 = 3,9\%$$

2 Matemàtiques financeres

b) Com el préstec es tornarà en mensualitats, $n = 12$. Apliquem la fórmula per calcular-la:

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{t \cdot n} \right)^{t \cdot n} - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{0,039}{12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 3,97\%$$

Anualitats de capitalització

81. Quan l'Izan va néixer, els seus avis van obrir un compte bancari al 3,5 % anual en la qual li van depositar cada mes 10 € fins que va complir quinze anys. Quina capital té l'Izan en el seu compte?

Les aportacions són mensuals, així aporta 12 vegades a l'any, $n = 12$:

$$C = \frac{10 \cdot \left(1 + \frac{0,035}{12} \right) \cdot \left[\left(1 + \frac{0,035}{12} \right)^{12 \cdot 15} - 1 \right]}{\frac{0,035}{12}} = 2369,75 \text{ €}$$

El capital estalviat en complir 15 anys serà de 2369,75 €.

82. D'aquí a dos anys, la Cèlia i en Xavier volen fer un viatge que costa 1 200 €. Quina mensualitat han d'invertir en un pla d'estalvi al 5,8 % d'interès anual per poder pagar el viatge?

Substituïm en la fórmula tenint en compte que se'ns demana la mensualitat a ingressar:

$$1200 = \frac{a \cdot \left(1 + \frac{0,058}{12} \right) \cdot \left[\left(1 + \frac{0,058}{12} \right)^{2 \cdot 12} - 1 \right]}{\frac{0,058}{12}}; 1200 = 25,51 \cdot a; a = 47,05 \text{ €}$$

2 Matemàtiques financeres

83. Ingresso 150 € al mes en un pla de jubilació al 3,7 % d'interès compost anual. Quin capital tindrà una persona de 40 anys que es jubili als 60 anys? I si es jubila als 65 anys?

- Si es jubila als 60 anys, estarà fent aquesta aportació durant 20 anys. Així, substituïm en la fórmula:

$$C = \frac{150 \left(1 + \frac{0,037}{12}\right) \left[\left(1 + \frac{0,037}{12}\right)^{20 \cdot 12} - 1 \right]}{\frac{0,037}{12}} = 53363,80 \text{ €}$$

- Si es jubila als 65 anys, estarà fent aquesta aportació durant 25 anys. Així, substituïm en la fórmula:

$$C = \frac{150 \left(1 + \frac{0,037}{12}\right) \left[\left(1 + \frac{0,037}{12}\right)^{25 \cdot 12} - 1 \right]}{\frac{0,037}{12}} = 74090,10 \text{ €}$$

84. Calcula les aportacions trimestrals que han de realitzar-se en un pla de pensions al 5 % anual si a una persona li queden 30 anys per a jubilar-se i vol rebre 75 000 € en aquest moment.

Si les aportacions es fan trimestralment, significa que es realitzen 4 vegades a l'any. Així, substituïm en la fórmula:

$$75000 = \frac{a \left(1 + \frac{0,05}{4}\right) \left[\left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^{30 \cdot 4} - 1 \right]}{\frac{0,05}{4}}; \quad 75000 = a \cdot 278,66; \quad a = 269,15 \text{ €}$$

85. La Maria necessita 120 000 € per obrir el seu negoci. Si anualment estalvia 2 700 € i els diposita en un banc al 4,7 % compost anual, quant de temps trigarà a obtenir el capital que vol?

Substituïm en la fórmula:

$$120000 = \frac{2700(1+0,047) \left[(1+0,047)^t - 1 \right]}{0,047}; \quad (1+0,047)^t = 1 + \frac{120000 \cdot 0,047}{2700(1+0,047)};$$

$$1,047^t = 2,9951; \quad t = \frac{\log 2,9951}{\log 1,047} = 23,88 \text{ anys} = 23 \text{ anys i 10 mesos}$$

2 Matemàtiques financeres

Anualitats d'amortització

86. Calcula quina quota anual s'ha de pagar per amortitzar un préstec de 120 000 € en 30 anys i si l'interès pactat és del 9 % anual. I si l'amortitzem trimestralment? I mensualment?

L'anualitat d'amortització o quota és: $a = C_p \cdot \frac{(1+r)^t \cdot r}{(1+r)^t - 1} = 120000 \cdot \frac{(1+0,09)^{30} \cdot 0,09}{(1+0,09)^{30} - 1} = 11680,36 \text{ €}$

- Si la quota és trimestral, $n = 4$:

$$a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1} = 120000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,09}{4}\right)^{30 \cdot 4} \cdot \frac{0,09}{4}}{\left(1 + \frac{0,09}{4}\right)^{30 \cdot 4} - 1} = 2900,88 \text{ €}$$

- Si la quota és mensual, $n = 12$:

$$a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1} = 120000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{30 \cdot 12} \cdot \frac{0,09}{12}}{\left(1 + \frac{0,09}{12}\right)^{30 \cdot 12} - 1} = 965,55 \text{ €}$$

87. Calcula la taula i el quadre d'amortització d'un préstec a tornar en 5 anys de 7 000 € al 4,6 % d'interès compost anual.

Període	Anualitat d'amortització o quota	Interessos pagats en aquesta quota	Capital amortitzat en aquesta quota	Capital total amortitzat	Capital pendent d'amortitzar
0					7000
1	1599	322	1277	1277	5723
2	1599	263,26	1335,74	2612,74	4387,26
3	1599	201,81	1397,19	4009,93	2990,07
4	1599	137,54	1461,46	5471,39	1528,61
5	1599	70,32	1528,68	7000,07	0

2a columna: hem de calcular la quota:

$$a = C_p \cdot \frac{(1+r)^t \cdot r}{(1+r)^t - 1} = 7000 \cdot \frac{(1+0,046)^5 \cdot 0,046}{(1+0,046)^5 - 1} = 1598,99 \approx 1599 \text{ €}$$

2 Matemàtiques financeres

88. Si comprem un cotxe de 21 807 € en un termini de cinc anys, quina quota mensual s'ha de pagar, si l'interès és del 2,3 % anual?

Si la quota és mensual, $n = 12$:

$$a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1} = 21807 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,023}{12}\right)^{5 \cdot 12} \cdot \frac{0,023}{12}}{\left(1 + \frac{0,023}{12}\right)^{5 \cdot 12} - 1} = 385,01 \text{ €}$$

89. Calcula la quota d'una hipoteca de 140 000 € al 2,1 % anual amb capitalització mensual a pagar durant 35 anys.

Si la quota és mensual, $n = 12$:

$$a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1} = 140000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,021}{12}\right)^{35 \cdot 12} \cdot \frac{0,021}{12}}{\left(1 + \frac{0,021}{12}\right)^{35 \cdot 12} - 1} = 470,98 \text{ €}$$

90. En Pau es dirigeix a dues entitats financeres per demanar un préstec hipotecari de 121 000 €. La primera li ofereix tornar-lo en 20 anys al 2,1 % anual, i la segona, en 30 anys a l'1,6 % anual. Amb quina de les dues ofertes pagaria menys interessos en Pau si prefereix tornar el préstec en diverses mensualitats? Calcula la TAE dels dos productes.

- Banc 1: si la quota és mensual, $n = 12$:

$$a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1} = 121000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,021}{12}\right)^{20 \cdot 12} \cdot \frac{0,021}{12}}{\left(1 + \frac{0,021}{12}\right)^{20 \cdot 12} - 1} = 617,87 \text{ €}$$

Quant als interessos: $I = C_{\text{pagado}} - C_{\text{prestado}}$; $617,87 \cdot 240 - 121000 = 27288,8 \text{ €}$

- Banc 2: si la quota és mensual, $n = 12$:

$$a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1} = 121000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,016}{12}\right)^{30 \cdot 12} \cdot \frac{0,016}{12}}{\left(1 + \frac{0,016}{12}\right)^{30 \cdot 12} - 1} = 423,43 \text{ €}$$

Quant als interessos: $I = C_{\text{pagat}} - C_{\text{préstec}}$; $423,43 \cdot 360 - 121000 = 31434,8 \text{ €}$

Pagarà més interessos en el segon banc.

2 Matemàtiques financeres

Per calcular la TAE en cada banc recorrem a la seva fórmula:

- Banc 1: $TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{n} \right)^n - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{0,021}{12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 2,12 \%$
- Banc 2: $TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{n} \right)^n - 1 \right] \cdot 100 = \left[\left(1 + \frac{0,016}{12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 1,61 \%$

91. Calcula la taula o el quadre d'amortització d'un préstec de 10 000 € al 2,1 % anual a tornar en quatre anys.

Període	Anualitat d'amortització o quota	Interessos pagats en aquesta quota	Capital amortitzat en aquesta quota	Capital total amortitzat	Capital pendent d'amortitzar
0					10000
1	2632,6	210	2422,6	2422,6	7577,4
2	2632,6	159,13	2473,47	4896,07	5103,93
3	2632,6	107,18	2525,42	7421,49	2578,51
4	2632,6	54,15	2578,45	9999,94	0

2a columna: hem de calcular la quota:

$$a = C_p \cdot \frac{(1+r)^t \cdot r}{(1+r)^t - 1} = 10000 \cdot \frac{(1+0,021)^4 \cdot 0,021}{(1+0,021)^4 - 1} = 2632,61 \approx 2632,6 \text{ €}$$

92. Durant quant de temps s'ha d'amortitzar un préstec hipotecari de 60 000 € al 3 % d'interès compost anual amb uns estalvis anuals de 2 400 €?

Substituïm en la fórmula i aïllem: $a = C_p \cdot \frac{(1+r)^t \cdot r}{(1+r)^t - 1}$.

$$2400 = 60000 \cdot \frac{(1+0,03)^t \cdot 0,03}{(1+0,03)^t - 1}; 2400 \cdot [(1,03)^t - 1] = 60000(1,03)^t \cdot 0,03;$$

$$2400(1,03)^t - 2400 = 1800(1,03)^t; (2400 - 1800)(1,03)^t = 2400; 600(1,03)^t = 2400; (1,03)^t = 4;$$

$$t = \frac{\log 4}{\log 1,03} = 46,9 \text{ anys}$$

2 Matemàtiques financeres

93. Durant quants anys s'ha d'amortitzar un préstec hipotecari de 90 000 € al 2 % d'interès compost anual si la quota màxima anual que pot pagar el client és de 10 000 €?

Substituïm en la fórmula i aïllem: $a = C_p \cdot \frac{(1+r)^t \cdot r}{(1+r)^t - 1}$.

$$10000 = 90000 \cdot \frac{(1+0,02)^t \cdot 0,02}{(1+0,02)^t - 1}; 10000 \cdot [(1,02)^t - 1] = 90000 \cdot (1,02)^t \cdot 0,02;$$

$$10000(1,02)^t - 10000 = 1800(1,02)^t; (10000 - 1800)(1,02)^t = 10000;$$

$$8200(1,02)^t = 10000; (1,02)^t = 1,22;$$

$$t = \frac{\log 1,22}{\log 1,02} = 10,04 \text{ anys}$$

94. Quan va néixer la Llúcia, els seus progenitors li van obrir un pla d'estalvi al 7% d'interès compost anual en el qual van ingressar 3 000 €. Al cap d'un any, van realitzar un altre ingrés de 2 500 €; i a l'any següent, 2 000 € més. Quan la Llúcia compleixi 18 anys li regalen el pla. Quants diners hi ha en ell?

Farem servir la fórmula de l'interès compost: $M = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$.

Així, el primer any obtenen: $M_1 = 3000 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^1 = 3210$ €; el segon any a més del que ja tenia ingressen 2 500 €, així tenen: $M_2 = (3210 + 2500) \cdot 1,07 = 6109,7$ €; i el tercer any: $M_3 = (6109,7 + 2000) \cdot 1,07 = 8677,379$ €.

A partir de llavors i si no es realitza cap altre ingrés, al muntant final, després dels 15 anys que falten fins la seva majoria d'edat, serà: $M = 8677,379 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^{15} = 23941,16$ €.

95. Observa aquest fullet:

30

2 Matemàtiques financeres

a) Calcula la quota que s'haurà de pagar. Coincideix amb la que ofereix aquest anunci?

b) Calcula l'import total que s'ha de retornar. És correcte el que mostra el fullet?

a) Farem servir la fórmula: $a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{tn} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{tn} - 1}$ tenint en compte que 60 mesos equivalen a 5 anys.

$$a = 12000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,0785}{12}\right)^{5 \cdot 12} \cdot \frac{0,0785}{12}}{\left(1 + \frac{0,0785}{12}\right)^{5 \cdot 12} - 1} = 242,46 \text{ €}$$

Així, no és correcte el fullet.

b) Si la quota a pagar és l'anterior calculada, el total a pagar inclosos els interessos és: $242,46 \cdot 60 = 14547,37 \text{ €}$. Per tant, la informació del fullet no és correcta.

96. Si neixen 214 533 nadons en un país amb 97 657 432 habitants, quina és la taxa de natalitat d'aquest país?

$$\text{La taxa de natalitat és } \frac{x}{1000} = \frac{214533}{97657432} \Rightarrow x = \frac{214533 \cdot 1000}{97657432} = 2,2 \text{ ‰}.$$

2 Matemàtiques financeres

97. Calcula la taxa d'atur o desocupació d'un país que té 234 076 aturats i 14 044 566 persones amb edat per treballar.

$$\text{La taxa d'atur és } \frac{234076}{14044566} \cdot 100 = 1,6\%.$$

98. Construeix la taula de nombres índex dels següents aliments prenent com a any de referència l'any 2015.

	2015	2016	2017
12 ous	1,42	1,55	1,59
Llet (1 litre)	0,90	0,91	0,96
Pa (250 g)	0,80	0,66	0,45

Com prenem com a base 2015, escrivim 100 en la columna. A continuació, per completar la resta de columnes fem servir la fórmula: $\frac{\text{Valor de la variable X en el període } t}{\text{Valor de la variable X en el període base}} \cdot 100$.

	2015	2016	2017
12 ous	100	109,155	111,97
Llet (1 litre)	100	101,1	106,6
Pa (250 g)	100	82,5	56,25

99. Calcula la variació de l'IPC durant el mes de juliol sabent que, aquest mes, les variacions percentuals dels 12 grups que formen l'IPC han estat:

Grup	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Variac.	0,3	-0,4	0,5	-0,1	-0,3	1,1	0,9	0,2	-0,6	0,7	0,3

Tingues en compte la taula dels 12 grups del cistell familiar que formen l'IPC i les seves ponderacions per a l'any 2018 (veure taula de la pàgina 47).

$$\text{Realitzem l'operació següent: } \text{IPC} = \frac{\sum \text{Variació Ponderació}}{100} =$$

$$= \frac{0,319,42 - 0,42,98 + 0,56,66 - 0,113,38 + \dots + 0,914,74 + 0,23,64 - 0,68,6 + 0,71,67 + 0,312,34}{100} = 0,22921\%$$

Així, l'IPC ha pujat un 0,22921 % en el mes de desembre.

2 Matemàtiques financeres

Ara et toca a tu...

En Lluís decideix contractar una hipoteca inversa quan fa 65 anys. Quina mensualitat rebrà si l'operació es fa per un 5,6 % anual i el seu habitatge està valorat en 100 000 €? I si prefereix rebre els diners anualment, quina anualitat rebria?

Calculem el temps que el banc ha de pagar al Lluís:

Temps que pagarà l'anualitat = esperança de vida – edat actual = 80,393774 – 65 = 14,393774 anys.

Nota: segons l'INE, el 2017 l'esperança de vida d'un home és de 80,393774 anys.

- Mensualment: farem servir les fórmules: $a = C_p \cdot \frac{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} \cdot \frac{r}{n}}{\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{t \cdot n} - 1}$

$$a = 100000 \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,056}{12}\right)^{14,393774 \cdot 12} \cdot \frac{0,056}{12}}{\left(1 + \frac{0,056}{12}\right)^{14,393774 \cdot 12} - 1} = 808,98 \text{ €}$$

- Anualment: farem servir les fórmules: $a = C_p \cdot \frac{(1+r)^t \cdot r}{(1+r)^t - 1}$

$$a = 100000 \cdot \frac{(1+0,056)^{14,393774} \cdot 0,056}{(1+0,056)^{14,393774} - 1} = 10302,51 \text{ €}$$